Der lange Weg von Abel zu Gödel: das logische Konzept der Unvollständigkeit von Kalkülen

Martin Ohmacht[1] <office@bestmedia.at>

Ein Blick, den man nach Gödels Theorem von 1931 auf die Geschichte der Mathematik wirft, zeigt, dass es hier etwa 20 "Unmöglichkeiten" gibt (Diagonale des Quadrats, $x^2 + 1 = 0$ in $\mathbb{R}$, Siebeneck, Parallelenaxiom, Quadratur des Kreises, Auswahlaxiom etc.: eine relativ vollständige Liste findet man in [3]). Dieses Konzept kann kein mathematisches sein, sondern ein logisches, weil es sich um einen kalkülübergreifenden, generalisierenden Begriff handelt. In der mathematischen Moderne, die [1] mit Lagranges Arbeiten zur Gleichungstheorie 1770/1771 beginnen lässt, wird ein Exemplar des Phänomens der Unvollständigkeit klar, das dadurch möglich wird, dass die Sprache der Gruppentheorie (Permutationsgruppen) als Meta-Sprache des Kalküls der polynomialen Gleichungen (Satz von Ruffini-Abel, wie er im angelsächsischen Raum heißt) verwendet werden konnte.

Die Historiographie zeigt, dass Abel in seiner Publikation die mit dem Unmöglichkeitsbeweis verbundene Kehrtwendung gegen die harsche Kritik von Gauß durchführen musste, der Abels Beweis als "Ungeheuerlichkeit" ([2]) brandmarkte. Bis heute wird der "Abelsche Satz" ([4] Band 1) als Satz der Galois-Theorie gesehen und erst in letzter Zeit wird Abels Durchbruch in dieser Angelegenheit gewürdigt. Man kann die Galois Theorie als "so-called Galois Theory" bezeichnen ([1] Seite 25), denn er hat sich durch Abels Schriften inspirieren lassen ([4] Band 2 Seite 229) und auch Lagrange (1770/1771) war ein "Vorläufer von Galois" ([4] Band 3 Seite 238).

[1] Lubos Nový (1973): *The Origins of Modern Algebra*, Prag: Academia.
[2] Herbert Meschkowski (1980): *Mathematiker-Lexikon*, 3.Auflage Mannheim: Spektrum.
[3] Martin Ohmacht (2003): *Wie Wittgenstein die Gödel'sche Katastrophe durcharbeitet*, Klagenfurt.
[4] Guido Walz (Red.): *Lexikon der Mathematik in 6 Bänden*, (2000 bis 2003): Heidelberg/Berlin: Spektrum.

[1] __