Über das Randverhalten stationärer H-Flächen am freien Rand

Frank Müller[1] <mueller@math.tu-cottbus.de>

Wir betrachten konform parametrisierte Flächen $\mathbf{x} = \mathbf{x}(u, v) \in C^2(B, \mathbb{R}^3) \cap C^0(\overline{B}, \mathbb{R}^3) \cap H_2^1(B, \mathbb{R}^3)$ vorgeschriebener mittlerer Krümmung $H = H(\mathbf{y}) \in C^0(\mathbb{R}^3, \mathbb{R})$ (kurz H-Flächen), d.h. in B gilt $\Delta\mathbf{x} = 2H(\mathbf{x})\mathbf{x}_u \wedge \mathbf{x}_v$, $|\mathbf{x}_u|^2 - |\mathbf{x}_v|^2 = 0 = \mathbf{x}_u \cdot \mathbf{x}_v$. Ein Teil $I \subset \partial B$ der Berandung des Parametergebietes $B \subset \mathbb{R}^2$ werde auf die offene, eingebettete, zweidimensionale C^2-Mannigfaltigkeit $\mathcal{S} \subset \mathbb{R}^3$ mit Normalenvektorfeld $n = n(\mathbf{y})$ abgebildet. Ferner sei $Q = Q(\mathbf{y}) \in C^1(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ ein Vektorfeld mit den Eigenschaften $\mathrm{div}Q = H$ im $\mathbb{R}^3$ und $|Q \cdot n| < 1$ auf $\mathcal{S}$. Wir skizzieren einen einfachen, auf funktionentheoretischen Abschätzungen basierenden Beweis für das folgende Regularitätsresultat: Ist die H-Fläche $\mathbf{x}$ ein stationärer Punkt des Hildebrandtschen Energie-Funktionals $E_Q(\mathbf{x}) := \iint_B \{\frac{1}{2}|\nabla\mathbf{x}|^2 + Q(\mathbf{x}) \cdot (\mathbf{x}_u \wedge \mathbf{x}_v)\}\, du\, dv$, so gilt $\mathbf{x} \in C^{1,\beta}(B \cup I, \mathbb{R}^3)$ für beliebiges $\beta \in (0, 1)$. Man beachte, dass die Fläche $\mathbf{x}$ i.a. nicht senkrecht auf der Stützfläche $\mathcal{S}$ aufsitzt. Wir geben außerdem asymptotische Entwicklungen in den Verzweigungspunkten auf I an und benennen einige geometrische Folgerungen für H-Flächen mit freiem Rand.

[1] Brandenburgische Technische Universität Cottbus